



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им.
Д.Ф.Устинова»
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Факультет Информационные и управляющие системы
Кафедра Инжиниринг и менеджмент качества
Дисциплина «Системы менеджмента качества»

ОТЧЕТ

о выполнении заданий по дисциплине
«Моделирование эффективного многофакторного исследования»

Выполнил магистрант группы И2М31
Курбанбаева Д.Ф.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2017г.

Содержание

1 Полный и дробный факторный эксперимент	3
2 Метод планирования эксперимента по Тагути	7

1 Полный и дробный факторный эксперимент

1.1 Рассмотрим систему, в которой на выходную характеристику влияют 11 факторов (в соответствии с данными для варианта 7 задания).

Построим матрицу планирования ПФЭ для линейной модели:

- для определения размерности матрицы в качестве количества вектор-столбцов независимых переменных возьмем количество факторов - 11, а количество вектор-строк определим как число экспериментов:

$$N = 2^K,$$

где N – искомое количество экспериментов, число вектор-строк,

K – количество факторов,

тогда для заданного варианта $N = 2^{11} = 2048$;

- для заполнения полей матрицы используем правило чередования знаков: в первом столбце знаки меняются поочередно, во втором столбце они чередуются через два, в третьем – через 4, в четвертом – через 8, в пятом – через 16, в шестом – через 32, в седьмом – через 64 и т.д. по степеням двойки.

Фрагмент матрицы планирования эксперимента приведен на рис. 1.

Полная матрица планирования эксперимента												
№ опыта	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	y
1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_1
2	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_2
3	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_3
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_4
5	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_5
6	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_6
7	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_7
8	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_8
9	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	y_9
10	1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	y_{10}
11	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	y_{11}

Рисунок 1 – Фрагмент матрицы планирования эксперимента

Полная матрица представлена на листе «Задание 1_1» в прилагаемом файле MS Excel (МЭМИ_Курбанбаева.xlsx).

Далее построим фрагмент матрицы планирования ПФЭ для линейной модели без учета всех парных взаимодействий по строкам 21-40 (рис. 2).

Фрагмент матрицы планирования эксперимента												
№ опыта	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	y
21	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₂₁
22	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₂₂
23	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₂₃
24	1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₂₄
25	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₂₅
26	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₂₆
27	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₂₇
28	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₂₈
29	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₂₉
30	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₃₀
31	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₃₁
32	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y ₃₂
33	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y ₃₃
34	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y ₃₄
35	-1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y ₃₅
36	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y ₃₆
37	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y ₃₇
38	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y ₃₈
39	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y ₃₉
40	1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y ₄₀

Рисунок 2 – Фрагмент матрицы планирования эксперимента в соответствии с вариантом задания

1.2 Определим пары генерирующих соотношений (ГС) и определяющих контрастов (ОК) дробной реплики 1/8 (в соответствии с вариантом задания):

- сначала сформируем матрицу планирования эксперимента с учетом взаимодействий, добавив к исходной матрице новые вектор-столбцы со следующими новыми переменными:

x_1x_2
x_1x_3
x_2x_3
$x_1x_2x_3$
x_1x_4
x_2x_4
x_3x_4
$x_1x_2x_3x_4$
x_1x_5
x_2x_5
x_3x_5
x_4x_5

$x_1x_2x_3x_4x_5$
x_1x_6
x_2x_6
x_3x_6
x_4x_6
x_5x_6
$x_1x_2x_3x_4x_5x_6$
x_1x_7
x_2x_7
x_3x_7
x_4x_7
x_5x_7
x_6x_7
$x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$
x_1x_8
x_2x_8
x_3x_8
x_4x_8
x_5x_8
x_6x_8
x_7x_8
$x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7x_8$
x_1x_9
x_2x_9
x_3x_9
x_4x_9
x_5x_9
x_6x_9
x_7x_9
x_8x_9
$x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7x_8x_9$
x_1x_{10}
x_2x_{10}
x_3x_{10}
x_4x_{10}
x_5x_{10}
x_6x_{10}
x_7x_{10}
x_8x_{10}
x_9x_{10}
$x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7x_8x_9x_{10}$
x_1x_{11}
x_2x_{11}

x3x11
x4x11
x5x11
x6x11
x7x11
x8x11
x9x11
x10x11
x1x2x3x4x5x6x7x8x9x10x11

значения новых переменных – это результат перемножения соответствующих полей матрицы.

- с целью минимизации числа опытов новым факторам присвоим вектор-столбцы матрицы, принадлежащие взаимодействию, которыми можно пренебречь: для 1/8 полного факторного эксперимента получим реплику

$$N = 2^{11-3} = 256$$

Вид реплики представлен на рисунке 3.

реплика (1/8 ПФЭ) матрицы												
№ опыта	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇	x ₈	x ₉ x1x2x3x4x5x6x7x8	x ₁₀ x1x2x3x4x5x6x7x8x9	x ₁₁ x1x2x3x4x5x6x7x8x9x10	y
20	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	y20
21	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	y21
22	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	y22
23	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	y23
24	1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	y24
25	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y25
26	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	y26
27	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	y27
28	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y28
29	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	y29
30	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y30
31	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	y31
32	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	y32
33	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	y33
34	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y34
35	-1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y35
36	1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	y36
37	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y37
38	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	y38
39	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	y39
40	1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	y40

Рисунок 3 – 1/8 реплика ПФЭ (строки 21-40)

Полная матрица представлена на листе «Задание 1_2_2» в прилагаемом файле MS Excel (МЭМИ_Курбанбаева.xlsx).

- определим ГС и ОК:

в рассматриваемом примере по матрице планирования эксперимента можно построить 8 реплик, то есть существует по 8 возможностей получения нового фактора (соответствует выражению (11-3) для 1/8 реплики). При этом для каждого из трех новых факторов (x_9 , x_{10} , x_{11}) существует по 256 (2^8) генерирующих соотношений, например:

Фактор	ГС
x_9	x_1x_2
x_9	$-x_1x_2$
x_{10}	x_2x_3
x_{10}	$-x_2x_3$
x_{11}	$x_1x_2x_3$
x_{11}	$-x_1x_2x_3$

тогда определяющие контрасты дробной реплики:

ОК:

$$1=x_1x_2x_9$$

$$1=x_2x_3x_{10}$$

$$1=x_1x_2x_3x_{11}$$

Обобщающий ОК:

$$1=x_2x_9x_{10}x_{11}$$

2 Метод планирования эксперимента по Тагути

В соответствии с выполняемым вариантом работы, рассмотрим процессы, выходной параметр (y) которых определяется по формуле:

№ варианта	формула
7	$y = e^{-\frac{1}{x_1}} \times x_2 \times (3x_3 + 5x_4)$, все факторы трехуровневые

Известно при этом, что уровни факторов x_i и влияние шумов n_i заданы следующим образом:

	x_1	x_2	x_3	x_4
Уровень 1	$10 \cdot 7 - 5$	$5 \cdot 7 - 3$	$3 \cdot 7 - 2$	$2 \cdot 7 - 0,5$
Уровень 2	$10 \cdot 7$	$5 \cdot 7$	$3 \cdot 7$	$2 \cdot 7$
Уровень 3	$10 \cdot 7 + 5$	$5 \cdot 7 + 3$	$3 \cdot 7 + 2$	$2 \cdot 7 + 0,5$

Влияние шумовых факторов соответствует предельному изменению номинальных значений факторов 1 и 3 в пределах симметричного поля допуска:

Фактор помехи, размерность	$n_1, \%$	$n_2, \%$
Содержание	Отклонение значения x_1 от номинального	Отклонение значения x_3 от номинального
Уровень 1	-10	-20
Уровень 2	+10	+20

2.1 Определим минимально необходимое количество строк ортогональной матрицы (ОМ) и выберем подходящую «стандартную» ОМ

- согласно данным таблицы, в задаче рассматривается четыре трехуровневых фактора – x_1, x_2, x_3, x_4 . Поэтому для решения задачи необходимо использование ортогональной матрицы вида L_9 :

$$N = \sum_{i=1}^m (k_i - 1) \times n_i + 1$$

$$N = (3 - 1) \times 4 + 1 = 9$$

- выбранная ортогональная матрица представлена ниже:

Номер эксперимента	Факторы			
	x_1	x_2	x_3	x_4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3

4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

2.2 Построим матрицу факторов и помех

- определим 36 точек в пространстве 4 факторов проектирования $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, задаваемых комбинациями:

I уровень	II уровень	III уровень
$\{x_1, x_2\}$	$\{x_1, x_2\}$	$\{x_1, x_2\}$
$\{x_1, x_3\}$	$\{x_1, x_3\}$	$\{x_1, x_3\}$
$\{x_1, x_4\}$	$\{x_1, x_4\}$	$\{x_1, x_4\}$
$\{x_2, x_1\}$	$\{x_2, x_1\}$	$\{x_2, x_1\}$
$\{x_2, x_3\}$	$\{x_2, x_3\}$	$\{x_2, x_3\}$
$\{x_2, x_4\}$	$\{x_2, x_4\}$	$\{x_2, x_4\}$
$\{x_3, x_1\}$	$\{x_3, x_1\}$	$\{x_3, x_1\}$
$\{x_3, x_2\}$	$\{x_3, x_2\}$	$\{x_3, x_2\}$
$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4\}$	$\{x_3, x_4\}$
$\{x_4, x_1\}$	$\{x_4, x_1\}$	$\{x_4, x_1\}$
$\{x_4, x_2\}$	$\{x_4, x_2\}$	$\{x_4, x_2\}$
$\{x_4, x_3\}$	$\{x_4, x_3\}$	$\{x_4, x_3\}$

- сформируем матрицу управляемых факторов и их уровней для перечисленных комбинаций:

Номер эксперимента	Управляемые факторы и их уровни			
	x_1	x_2	x_3	x_4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3

5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1
10	1	1	1	1
11	1	2	2	2
12	1	3	3	3
13	2	1	2	3
14	2	2	3	1
15	2	3	1	2
16	3	1	3	2
17	3	2	1	3
18	3	3	2	1
19	1	1	1	1
20	1	2	2	2
21	1	3	3	3
22	2	1	2	3
23	2	2	3	1
24	2	3	1	2
25	3	1	3	2
26	3	2	1	3
27	3	3	2	1
28	1	1	1	1
29	1	2	2	2
30	1	3	3	3
31	2	1	2	3
32	2	2	3	1
33	2	3	1	2
34	3	1	3	2
35	3	2	1	3
36	3	3	2	1

- аналогично составим матрицу шумовых помех и их уровней:

Номер эксперимента	Шумовые факторы и их уровни		Отклик
	n ₁	n ₂	
1	1	1	y1111(11)
2	1	2	y1111(12)
3	2	1	y1111(21)
4	2	2	y1111(22)
5	1	1	y1222(11)
6	1	2	y1222(12)
7	2	1	y1222(21)
8	2	2	y1222(22)
9	1	1	y1333(11)
10	1	2	y1333(12)
11	2	1	y1333(21)
12	2	2	y1333(22)
13	1	1	y2123(11)
14	1	2	y2123(12)
15	2	1	y2123(21)
16	2	2	y2123(22)
17	1	1	y2231(11)
18	1	2	y2231(12)
19	2	1	y2231(21)
20	2	2	y2231(22)
21	1	1	y2312(11)
22	1	2	y2312(12)
23	2	1	y2312(21)
24	2	2	y2312(22)
25	1	1	y3132(11)
26	1	2	y3132(12)

27	2	1	y3132(21)
28	2	2	y3132(22)
29	1	1	y3213(11)
30	1	2	y3213(12)
31	2	1	y3213(21)
32	2	2	y3213(22)
33	1	1	y3321(11)
34	1	2	y3321(12)
35	2	1	y3321(21)
36	2	2	y3321(22)

2.3 Рассчитаем значения уровней факторов и помех:

Значения уровней факторов и помех				
	x1	x2	x3	x4
Уровень 1	65	32	19	13,5
Уровень 2	70	35	21	14
Уровень 3	75	38	23	14,5

2.4 Рассчитаем значения функций отклика для каждой строки плана матрицы факторов в сочетании с каждой строкой матрицы помех

Функции отклика в пространстве факторов и помех

№ опыта	Сочетание уровней факторов	Сочетание уровней помех			
		11	12	21	22
1	y1111	3557,86	4275,09	3568,93	4288,40
2	y1222	4142,58	5009,63	4155,47	5025,22
3	y1333	4770,35	5801,38	4785,20	5819,44
4	y2123	3870,87	4664,57	3882,05	4678,05
5	y2231	4226,87	5177,66	4785,20	5192,62
6	y2312	4323,62	5176,38	4336,12	5191,34
7	y3132	3947,48	4817,70	3958,13	4830,69
8	y3213	4072,71	4858,98	4083,70	4872,09
9	y3321	4414,32	5357,83	4426,22	5372,29

2.5 Проведем расчет соотношений сигнал/шум:

№ опыта	Сочетание уровней факторов	Среднее арифметическое отклика m_i	S_{m_i}	Дисперсия отклика V_i	Соотношение сигнал/шум η_i , дБ
		m_i	S_{m_i}	V_i	η_i
1	y1111	3922,57	61546280,8	172059,112	19,50
2	y1222	4583,23	84023839,9	251441,504	19,21
3	y1333	5294,09	112109709	355531,894	18,95
4	y2123	4273,89	73064378	210645,609	19,37
5	y2231	4845,59	93918951,3	205720,437	20,56
6	y2312	4756,87	90511086,8	243162,112	19,68
7	y3132	4388,50	77035724	253151,315	18,80
8	y3213	4471,87	79990467,8	206675,776	19,85
9	y3321	4892,66	95752655,7	297601,367	19,04

2.6 Определим главные эффекты для всех факторов:

Главные эффекты для каждого k -го из трех уровней факторов x_j определяются как средние значения соотношений сигнал/шум по тем n_k строкам, в которых рассматриваемый фактор имеет данный уровень k :

$$(\eta)_{x_i k} = \frac{1}{n_k} \sum_i \eta(x_i k)$$

	1 уровень	2 уровень	3 уровень
η_{x1}	14,42	14,90	14,42
η_{x2}	14,42	14,90	14,42
η_{x3}	14,76	14,40	14,58
η_{x4}	14,78	14,42	14,54

Итоговый главный эффект (ГЭ) для факторов:

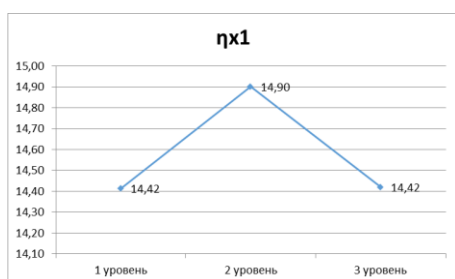
x_1	0,49
x_2	0,49
x_3	0,35
x_4	0,36

Заполним таблицу главных эффектов:

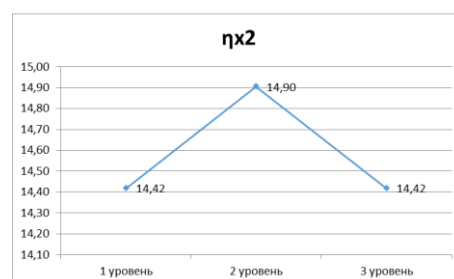
Уровень	Факторы			
	x1	x2	x4	x3
1	14,42	14,42	14,78	14,76
2	14,90	14,90	14,42	14,40
3	14,42	14,42	14,54	14,58
Главный эффект, дБ	0,49	0,49	0,36	0,35
Ранг фактора	1	2	3	4

2.7 Построим графики главных эффектов для всех факторов:

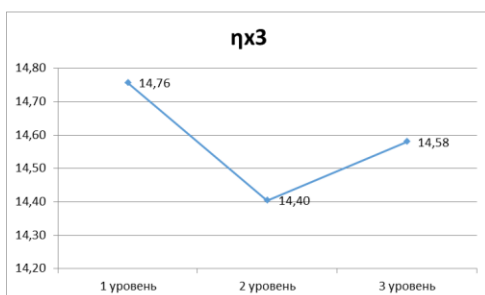
Фактор x1



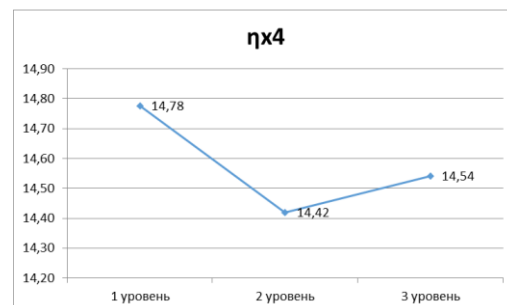
Фактор x2



Фактор x3



Фактор x4



2.8 Выберем уровни для каждого фактора, обеспечивающие максимальное значение η :

X12; X22; X31; X41 (в таблице выделены желтым)