Критерий согласия. Критерий Пирсона

Распределение Хи-квадрат дает возможность оценить степень согласованности теоретического и статистического законов распределения.

Пусть проведено *n* опытов по определению значений случайной величины – *u1, u2, u3…un*.

Область полученных значений разбивается на *k* интервалов (разрядностей) и определяется функция распределения случайной величины, полученной на основании экспериментальных данных:

Данная функция дискретна и носит неопределенный или случайный характер.

Точечная оценка вероятности попадания СВ в *i-*й интервал определяется по формуле:

где *ni* – количество попаданий СВ в *i-*й интервал, *n* – количество СВ.

Можно полагать, что точечная оценка распределена в соответствии с биномиальным законом распределения:

где – истинное значение вероятности попадания СВ в интервал.

Вводится вероятность того, что истинное значение находится вне рассматриваемого интервала:

;

,

где , – верхняя и нижняя граница вероятности попадания СВ в интервал соответственно.

Тогда верхняя и нижняя границы вероятности попадания СВ в интервал определяются по формулам:

Критерием для выбора величины разбиения интервала является следующий параметр точности, который характеризует близость и :

Таким образом для того чтобы разбить область полученных значений случайных величин на интервалы, необходимо учитывать параметр точности, который характеризует близость истинного значения вероятности попадания в заданный интервал и точечной оценки.

Схема применения Хи-квадрат:

1. Определяется мера расхождения:

где – число значений в *i-*ом разряде; – количество опытов; – вероятность попадания СВ в *i-*й разряд, вычисленная для теоретического закона распределения; k – разрядность.

Вероятность попадания СВ в *i-*й разряд – , определяется следующей формулой применительно к экспоненциальному закону распределения:

,

где λ – интенсивность отказов, *ti, ti+1* – время на границах интервала.

Интенсивность отказов в *i-*ом разряде находится с помощью следующей зависимости:

где – выборочная средняя.

Выборочную среднюю определяют формулой:

где – математического ожидание в *i-*ом интервале.

2. Определяется число степеней свободы:

где s – число связей.

3. По таблице определяется вероятность того, что величина, имеющая распределение с *r* степенью свободы превзойдет полученное значение .

Расчеты по определению согласованности теоретического и статистического законов распределения приведены в приложении.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для определения числа разрядностей проводится расчет с помощью средств Matlab:

Количество разрядностей – 2:

clear

clc

disp('ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:')

t=[67 84.1 46 101.2 84.1 84.1 84.1 94 11 84.1 84.1 84.1 106.5 76 76 42]; %аппараты, закончившие свое функционирование

t=sort(t);

gamma=0.95; % доверительная вероятность

alpha=1-gamma; % уровень значимости

Nka=16; % Количество аппаратов (СВ)

n0=[6 10]; % количество попаданий в разряд

[phat,pci]=binofit(n0,Nka,alpha); % точечная и интервальная оценка Р соответственно

Pn=pci(1:2,1);

Pv=pci(1:2,2);

e=(Pv-Pn)./(phat'); % параметр точности

\_\_\_\_\_\_\_\_\_

>> e

e =

1.3165

0.7899

>> phat

phat =

0.3750 0.6250

>> pci

pci =

0.1520 0.6457

0.3543 0.8480

Методом подбора было определено, что наибольшую точность можно получить при разбиении области СВ на 2 интервала.

Затем определяется основной параметр экспоненциального закона распределения, а также критерий Хи-квадрат. Полученное значение критерия Хи-квадрат сравнивается с критическим и делается заключения о том, противоречит ли данный закон экспериментальным данным.

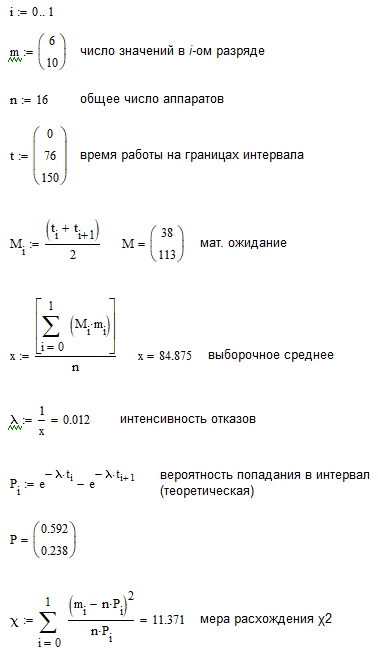
На рисунке представлен расчет выбранного критерия согласия.

Рисунок. Критерий Хи-квадрат

В таблице приведены основные значения, полученные для 2 интервалов.

Таблица – основные значения, полученные в результате расчета.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| *Ii* | 0 – 76 | 76 – 150 |
| *mi* | 6 | 10 |
| *pi\** | 0.375 | 0.625 |
| *λ* | 0.012 | |
| χ2 | 11.371 | |
| χ2кр | - | |

Обозначения, используемые в таблице:

*Ii* – обозначение *i-*го интервала,

*pi\** – соответствующая относительная частота,

*mi* – число значений в *i-*ом разряде