



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»  
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинов)

Факультет «А» РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ  
Кафедра ПЛАЗМОГАЗОДИНАМИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА

## ОТЧЁТ ПО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

на тему:

### **Моделирование газодинамических течений вихреразрешающими методами**

Студент группы А9М41

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

П.С. Чернышов

Руководитель

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

В.А. Анисимов

Санкт-Петербург, 2018

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>1 Методы численного моделирования турбулентных течений</b>	<b>3</b>
1.1 Метод прямого численного моделирования . . . . .	3
1.2 Метод решения уравнений Рейнольдса . . . . .	5
1.3 Метод крупных вихрей . . . . .	6
<b>2 Новые методы управления обтеканием авиационных профилей</b>	<b>9</b>
2.1 Введение объемных сил . . . . .	9
2.2 Использование твердотельных вихрегенераторов . . . . .	14
2.3 Математическая модель . . . . .	16
2.4 Перспективы развития курсового проекта . . . . .	18
<b>Заключение</b>	<b>19</b>
<b>Список использованной литературы</b>	<b>19</b>

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время значение численного моделирования в прикладных инженерных и исследовательских задачах крайне сложно переоценить – на данном этапе развития человечества численные модели (газодинамические, прочностные, акустические и т.д.) являются незаменимым инструментом при проектировании более совершенных и сложных инженерных продуктов и исследовании явлений, изучение которых без них было бы значительно затруднено или вовсе невозможно.

Благодаря целому ряду достоинств, среди которых можно выделить большую экономическую обоснованность и возможность достаточно быстрого анализа полученных результатов, применение численного моделирования в инженерной практике стало носить настолько массовый характер, что разработки в некоторых научных областях, в частности в авиации и ракетостроении, уже невозможно представить без их применения.

Огромная роль численного моделирования в науке и технике, а также необходимость точного решения все более сложных и наукоемких задач, вынуждает проводить поиск, разработку и применение наиболее совершенных методов моделирования, что, в условиях ограниченной мощности вычислительных машин, является крайне сложной и нетривиальной задачей.

# 1 Методы численного моделирования турбулентных течений

Турбулентность – это трехмерное нестационарное движение, в котором вследствие растяжения вихрей создается непрерывное распределение пульсаций скорости в интервале длин волн от минимальных, определяемых вязкими силами, до максимальных, определяемых граничными условиями течения. Проблема моделирования турбулентных течений, несмотря на значительно возросшие мощности вычислительных ресурсов и найденные более эффективные вычислительные методы, до сих пор актуальна, ведь в силу сложной структуры турбулентного течения, далеко не всегда удается точно смоделировать его характеристики.

Можно выделить несколько основных подходов в численном моделировании газодинамики турбулентных течений: подход в моделировании основанный на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (Reynolds Averaged Navier Stokes, RANS), метод моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES), метод прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation, DNS) и гибридные методы, которые содержат в себе элементы нескольких представленных ранее методов моделирования. Далее рассмотрим подробнее каждый из методов.[4] [5]

## 1.1 Метод прямого численного моделирования

Метод прямого численного в вычислительной газодинамике предполагает решение неосредненных, трехмерных и нестационарных уравнений Навье-Стокса на всех масштабах турбулентности, что позволяет получить мгновенные характеристики турбулентного потока. Данный подход обеспечивает самую высокую точность и, вследствие отсутствия эмпирических зависимостей и предположений (кроме предположения о наличии в тензоре вязких напряжений только линейных комбинаций первых производных поля скорости), данный метод теоретически может применяться для любого вида течения. Однако на практике необходимая мощность вычислительных ресурсов для реализации задачи методом DNS зачастую оказывается слишком большой, что значительно сужает круг задач, которые могут быть решены этим методом.

В работе [4] приведена оценка общих затрат на реализацию вычислительной процедуры, исходя из того, что расчетная область должна быть достаточно протяженной, чтобы вместить наибольшие масштабы турбулентного движения, шаг интегрирования по времени должен иметь порядок колмогоровского масштаба времени, а разностная сетка должна позволять разрешать наименьшие вихри турбулентного потока, имеющие размеры порядка колмогоровского масштаба длины. Согласно данной оценке, необходимое число узлов разностной сетки и число временных шагов:

$N_{\Delta i} = \frac{l}{l_k} \sim Re^{3/4}$ ;  $N_T = \frac{\tau}{\tau_k} \sim Re^{1/2}$  Следовательно общие затраты на реализацию вычислительной процедуры на сетке с числом узлов порядка  $Re^{9/4}$ , по данной оценке:

$$N_{\Delta i}^3 \cdot N_T \sim Re^{11/4}$$

где:  $N_{\Delta i}$  – необходимое число узлов разностной сетки,  
 $N_T$  – необходимое число временных шагов разностной сетки,  
 $l, t$  – характерные масштабы энергосодержащих вихрей,  
 $l_k, t_k$  – характерные масштабы вихрей, рассеивающих кинетическую энергию.

По данной оценке можно сделать вывод, что для моделирования турбулентного потока, который представляет наибольший интерес в силу своей распространенности, или каких-либо других прикладных задач необходимы вычислительные мощности, сравнимые с мощностями современных вычислительных кластеров и суперкомпьютеров. В реальности этот вывод подтверждается на практике, зачастую для прямого численного моделирования характерны расчеты в сильно ограниченных по пространству расчетных областях и с достаточно мелким числом рейнольдса, в остальных случаях расчеты проводятся на специально созданных для таких задач мощнейших расчетных компьютерах. В будущем, при сохранении тенденции роста мощностей персональных компьютеров, наиболее вероятно, что данный метод получит гораздо большее распространение, так как среди других методов ни один не может обеспечить подобную точность численной модели.

В качестве примера применения прямого численного моделирования в газодинамике можно привести недавние расчеты, описанные в работе [2]. В данной работе метод DNS был применен для решения задачи течения трансзвукового продольного обтекания цилиндра с осесимметричным утолщением, для которого характерно явление образования отрыва и дальнейшего присоединения слоя смешения в результате взаимодействия формирующейся ударной волны и турбулентного пограничного слоя с поверхности цилиндра. Рассматриваемое явление наблюдается в том числе в гражданской авиации и имеет непосредственное отношение к явлению трансзвукового бафтинга крыла, подразумевающего под собой потерю устойчивости стационарного потока, обтекающего крыло. Данная неустойчивость создает интенсивные колебания аэродинамической нагрузки на крыло, что в худшем случае может привести к его разрушению. Расчеты проводились на кластере Mira (IBM Blue Gene/Q system) национальной лаборатории Argonne (США) и на гетерогенном кластере Торнадо суперкомпьютерного центра «Политехнический» согласно условиям эксперимента, который был проведен для данного вида течения в аэродинамической трубе исследователь-

ского центра NASA Ames. Результатом данной работы, помимо сравнения производительности двух суперкомпьютеров, является получение огромного массива данных, благодаря методу DNS, существенно дополняющих экспериментальную базу данных по рассматриваемому течению, позволяющих более детально изучить процесс взаимодействия скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем и позволяющих проводить калибровку полуэмпирических моделей турбулентности, используемых для расчетов в области авиационного проектирования.

## 1.2 Метод решения уравнений Рейнольдса

Метод RANS основан на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, в случае сжимаемой жидкости, где плотность не является постоянной, используется осреднение по Фавру. Осреднение по времени согласно подходу Рейнольдса осуществляется путем представления каждого газодинамического параметра  $f$  в виде его суммы его среднего значения (математического ожидания)  $\bar{f}$  и пульсационной части  $f'$ :

$$f = \bar{f} + f' \quad (1.1)$$

В случае осреднения по Фавру дополнительно добавляется соотношение  $\bar{f} = \frac{\rho \bar{f}}{\rho}$ . Осреднение по времени в фиксированной точке пространства:

$$f(\bar{x}, t) = \overline{\lim_{T \rightarrow \infty}} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(x, s) ds \quad (1.2)$$

С учетом данного рейнольдсовского представления газодинамических параметров, уравнения Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости примут следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -\rho \overline{u'_j u'_i} \right). \quad (1.4)$$

Если сопоставить полученные уравнения Рейнольдса, записанных для средних полей, с уравнениями Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости, то можно увидеть некоторое сходство, которое в уравнениях Рейнольдса нарушается членом  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ , в котором присутствуют пульсационные параметры скорости, нарушающие замкнутость этой системы уравнений. Этот член называют тензором напряжений Рейнольдса  $\tau_{ij}^t$ , который в

случае осреднения по Фавру равен  $\overline{\tau_{ij}} = \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \beta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j}$ . Для того, чтобы сделать систему уравнений вновь замкнутой, необходимо добавить дополнительные соотношения, каким-либо образом связывающие тензор напряжений Рейнольдса с параметрами осредненного движения. Такие дополнительные соотношения называют моделями турбулентности. На данный момент существует большое количество моделей турбулентности разной сложности вследствие существования различных интерпретаций замыкающих уравнений, однако ни одна из этих моделей не является универсальной, то есть для каждой модели существует ограниченный ряд задач, для которых она может адекватно применяться.

Метод RANS получил наибольшее распространение в инженерной практике (во многом за счет его малых требований к вычислительным ресурсам), однако он имеет целый ряд существенных недостатков. Современные полуэмпирические модели турбулентности плохо учитывают эффекты трехмерности течения, высокой температуры, сжимаемости, дают менее точные и ограниченные расчетные результаты, чем остальные методы численного моделирования, в этом методе вводится гипотеза о существовании изотропной турбулентности в каждой точке течения, благодаря чему в данном подходе моделируется весь спектр турбулентных пульсаций, за счет чего не выявляется вихревая структура течения, которая зачастую оказывается крайне важна с практической точки зрения (например для импульсных и некоторых турбулентных течений).

### 1.3 Метод крупных вихрей

В основе метода крупных вихрей лежат два предположения. Одно предположение состоит в возможности разделения поля течения на движение крупных и мелких вихрей. Второе предположение заключается в статистической независимости крупных и мелких вихрей. Метод крупных вихрей осуществляется решением полных уравнений Навье-Стокса с исключением мелкомасштабной турбулентности путем операции фильтрации, то есть в отличие от DNS в методе LES уравнения Навье-Стокса рассчитываются только для крупных вихрей, которые несут в себе максимальные рейнольдсовы напряжения и находятся под прямым воздействием граничных условий. Отфильтрованные мелкие вихри, будучи изотропными и имеющими универсальные характеристики, затем моделируются с использованием специальных подсеточных моделей.

Так как главной идеей метода LES является разделение поля течения на движение мелких и крупных вихрей, следует рассмотреть механизм фильтрации уравнений Навье-Стокса. Операция фильтрации применяемая к некоторой функции  $f = f(x, t)$ :

$$\bar{f}(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, t) G(\xi - x) d\xi \quad (1.5)$$

$$f = \bar{f} + f'$$

где  $G(x)$  – фильтрационная функция,  $\bar{f}$  – значение параметра, фильтрованного по пространству с использованием соотношения (4.5), представляющее крупные вихри,  $f'$  – пульсация параметра  $f$ , представляющая мелкие, не захваченные при фильтрации вихри.

Существует много возможных вариантов выбора фильтрационной функции, ниже представлены некоторые из них:

1) Фильтр Гаусса:

$$G = \sqrt{\frac{6}{\pi \bar{\Delta}^2}} \cdot \exp \left[ -6 \left( \frac{|x - x'|}{\bar{\Delta}} \right)^2 \right] \quad (1.6)$$

2) Коробчатый фильтр

$$G = \begin{cases} 1/\bar{\Delta}, & |x - x'| \leq \bar{\Delta}/2 \\ 0, & |x - x'| \geq \bar{\Delta}/2 \end{cases} \quad (1.7)$$

На практике же фильтрация зачастую происходит без задания фильтрационной функции  $G(x)$ , а ширина фильтра  $\Delta$  определяется по пространственным шагам расчетной сетки:

$$\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3} \quad (1.8)$$

где  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  – пространственные шаги расчетной сетки.

Фильтруя по пространству уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости, получаем:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (1.9)$$

$$\bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j} \quad (1.10)$$

где  $\tau_{ij}$  – остаточный тензор напряжений (SGS-тензор).

Основной задачей подсеточных моделей является связывание подсеточного тензора напряжений  $\tau_{ij}$  с фильтрованными по пространству параметрами, что решается путем введения в подсеточных моделях дополнительных полуэмпирических соотношений.

Благодаря такому подходу, который изложен выше, метод LES гораздо менее требователен к мощностям вычислительных ресурсов, нежели метод



DNS, однако позволяет получить гораздо более точные и богатые результаты (помимо характеристик среднего течения и распределения рейнольдсовых напряжений можно получить спектральные характеристики, двухточечные моменты, временные и пространственные масштабы турбулентности), чем метод RANS, при этом выявляя вихревую структуру течения.

## 2 Новые методы управления обтеканием авиационных профилей

Впервые управление обтеканием авиационного профиля крыла, в виде механизации, было осуществлено еще в начале 30-х годов XX века, на этапе перехода от аэродинамической схемы биплан к схеме моноплан. Данный переход был обоснован желанием избавиться от большого количества расчалок и стоек, за счет чего летательный аппарат по схеме биплан имел большое лобовое сопротивление. Однако переход к моноплану неизбежно приводил к уменьшению подъемной силы при взлетно-посадочных углах атаки, устранение чего и было целью первой механизации крыла, представляющей из себя щитки, отклоняемые от нижней поверхности крыла в области задней кромки. Возможность механического изменения формы профиля крыла оказалась крайне интересным предметом различных исследований, результатами которых стали востребованные прикладные разработки, без которых сложно представить современную авиацию [6].

На сегодняшний день существует целый ряд эффективных решений, использующихся в том числе в гражданской авиации, позволяющих как существенно облегчить режим взлета или посадки ЛА при помощи механизации (рис. 2.1), так и увеличить аэродинамические характеристики во время полета на больших углах атаки (в том числе струйные методы отсоса и сдува пограничного слоя).

Несмотря на широкое распространение механизации, на сегодняшний день рассматривается новый метод управления обтеканием крыла – управление пограничным слоем воздействием объемных сил, генерируемых при помощи подвода энергии в ПС. Под подводом энергии зачастую предполагается применение электрических разрядов. В России, в частности, по данной теме ведутся разработки в ЦАГИ, что было подтверждено генеральным директором ФГУП "ЦАГИ" С.Л. Чернышёвым на международной конференции по механике "VIII Поляховские чтения". Данная технология имеет целый ряд потенциальных преимуществ перед механическими способами управления обтеканием, что и обосновывает интерес в этом направлении.

### 2.1 Введение объемных сил

Способы управления отрывным течением, основанные на введении в пограничный слой объемных сил (использовании электрических разрядов), сейчас представляются более совершенными, нежели методы традиционной механизации крыла, поэтому разработка и исследование данной возможности активно ведется как в России, так за рубежом. Основным преимуществом введения объемных сил перед механизацией видится в отсутствии подвижных частей, что не только увеличивает надежность и безопас-

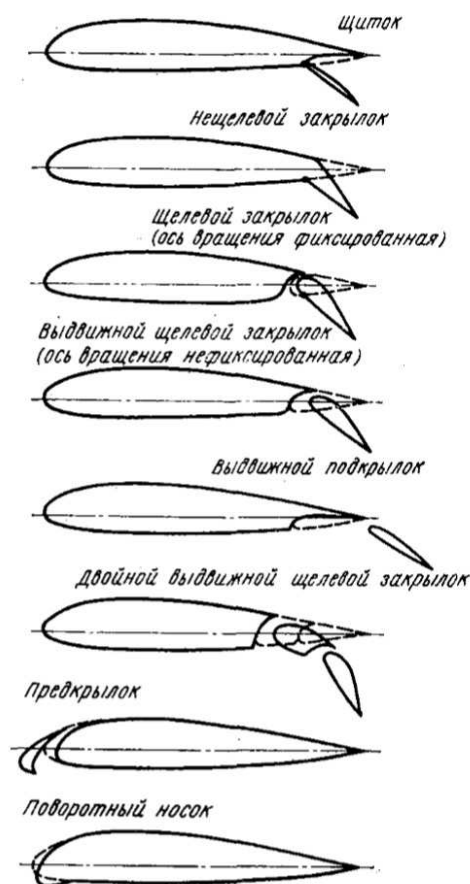


Рисунок 2.1 – Некоторые методы механизации крыла. [6]

ность ЛА, но и несколько снижает его стоимость, что прекрасно сочетается с высокой эффективностью данного метода.

Благодаря составной конструкции механизации крыльев, во время полета нередко происходит такое явление, как отказ механизации. Данное явление обычно не носит большой угрозы, если происходит незадолго после взлета и быстро обнаруживается пилотом - в таких случаях пилот обязан вернуться обратно на взлетную полосу в той конфигурации, в которой летит в момент обнаружения дефекта, вследствие чего зачастую самолет садится лишь с увеличением пробега. Если дефект обнаруживается достаточно поздно, так что пилот не смог вовремя применить необходимые меры безопасности, то ситуация значительно ухудшается, ведь дефекты такого рода обычно являются отражением более серьезных проблем: дефекта гидравлической системы, отказа электроники, недостатка заряда аккумуляторов, топлива и тд.

Осуществление посадки самолета с неисправной механизацией зачастую оказывается крайне опасно. Степень опасности зависит от многих факторов: как от профессиональных качеств пилота, так и от конкретно-

го отказного механизма. Например отказ предкрылка является одним из самых опасных явлений, так как они выпускаются на малых скоростях, что может привести к срыву потока с крыла, содержащего неисправный элемент. Таким образом обычный отказ механизации крыла потенциально может привести к катастрофическим последствиям, что непременно вынуждает вести поиск более совершенных методов управления обтеканием крыла, например метод подведения энергии в ПС, которым уже посвящено множество научных работ. Далее рассмотрим некоторые из них.

В работе [7] представлено исследование способов возможной ламинаризации обтекания несущих поверхностей, т.е. максимально возможного предотвращения перехода пограничного слоя в турбулентное состояние, и механизма перехода к турбулентности. В данной работы было выявлено, что в процессе управление сдвиговыми пристеночными течениями важную роль играют продольные вихревые структуры, причиной возникновения которых является механизм растяжения завихренности (рис. 2.2), благодаря чему в итоге и происходит улучшение аэродинамических характеристик.

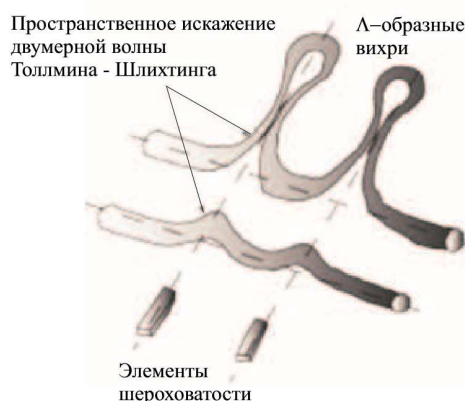


Рисунок 2.2 – Схема взаимодействия вихревых структур в ПС. [7]

В работе [8] была исследована возможность управления трансзвуковым обтеканием профилей при помощи подвода энергии на основе наносекундного разряда. Результаты проведенного исследования показали перспективность использования периодического подвода энергии с целью управления как локальными, так и интегральными характеристиками крыловых профилей на трансзвуковых режимах обтекания, подтверждение чего можно видеть на рис. 2.3. В результате подвода энергии наблюдалось уменьшенные более чем в два раза значения волновых сопротивлений, что непременно доказывает перспективность использование данной технологии при проектировании более совершенных образцов авиационной техники.

Исследование влияния применения электрического разряда на аэроди-

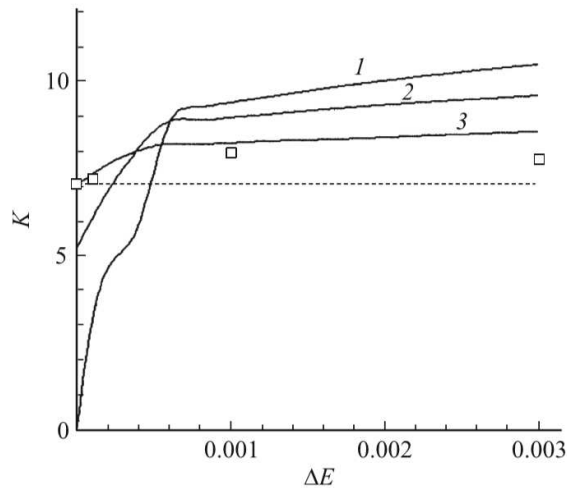


Рисунок 2.3 – Зависимость качества профиля от подводимой энергии для разных углов атаки. (штриховая линия – максимальное значение качества для рассматриваемого профиля при отсутствии подвода энергии). [8]

намические характеристики крыла были также исследованы в работе [9], но уже в случае дозвуковых скоростей обтекания. Результатом данной работы, включающей в себя в том числе экспериментальные данные, является вывод, что подвод объемной энергии позволяет существенно уменьшить или убрать зону отрыва ПС с поверхности крыла (рис. 2.4) (следовательно значительно увеличить диапазон углов атаки, где достигается режим безотрывного обтекания), что позволяет значительно увеличить аэродинамические характеристики крыла. Ценным выводом данной работы является также подтверждение того, что подведение энергии в пакетном режиме (не непрерывный режим) гораздо более эффективно, с точки зрения присоединения потока, чем подвод в непрерывном режиме.

В проведенном исследовании [10] на основании проведенных экспериментов были выявлены картины течения, найдено оптимальное по создаваемому приращению подъемной силы расположение для диэлектрических актуаторов (схематическое изображение конфигураций расположения актуаторов показано на рис. 2.5). Использование объемных сил, в рамках данной работы, показало высокую эффективность, как средство, обеспечивающее создание вращательного момента для управления креном модели ЛА, а сама эффективность данного способа управления оказалась сопоставима с управлением при помощи элеронов.

Из вышеперечисленных работ можно сделать вывод, что возможность управления обтеканием авиационных профилей методом введения объемных сил является крайне перспективной и интересной в плане исследова-

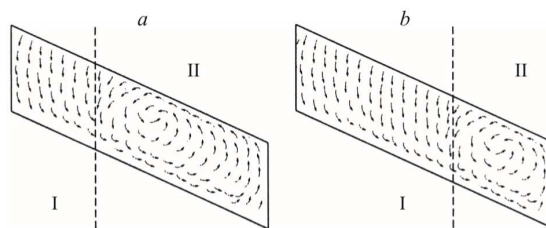


Рисунок 2.4 – Направление предельных линий тока на подветренной поверхности крыла: I – область присоединенного течения; II – область отрывного течения. [9]

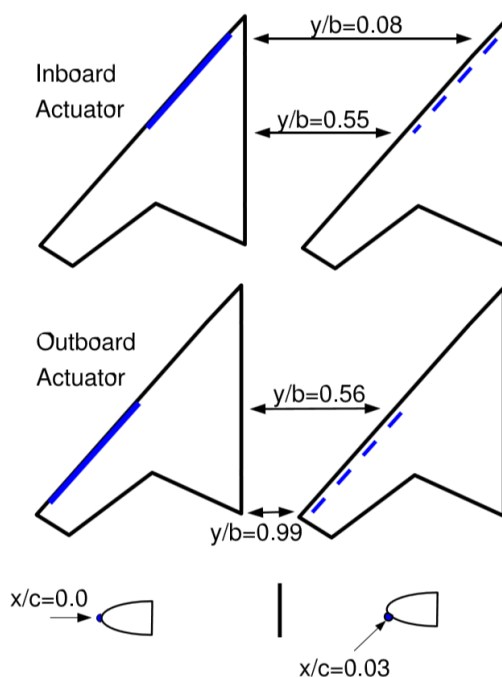


Рисунок 2.5 – Схематическое изображение конфигураций расположения актуаторов. [10]

ний. Наблюдаемое увеличение подъемной силы возникает вследствие создания и поддержания селективной вихревой структуры (предположительно, благодаря созданному периодическому тепловому распределению у поверхности крыла) – продольных вихрей, которые значительно уменьшают отрывную зону на поверхности крыла. Данный метод, по некоторым оценкам, крайне эффективен и позволит в перспективе частично избавиться от применения ненадежной и дорогой механизации.

## 2.2 Использование твердотельных вихрегенераторов

Как уже говорилось ранее, увеличение подъемной силы достигается за счет создания и поддержания определенной продольной вихревой структуры. Оказалось, что подобные вихревые структуры возможно создать и без введения в пограничный слой объемных сил, что, в частности, иллюстрируется в статье [7] на примере крыла парашюта (рис. 2.6), где вихревая структура возникает при взаимодействии набегающего потока с волнистой поверхностью крыла парашюта, что, как и следует, помогает увеличить критический угол атаки крыла. Перспектива управления обтеканием без

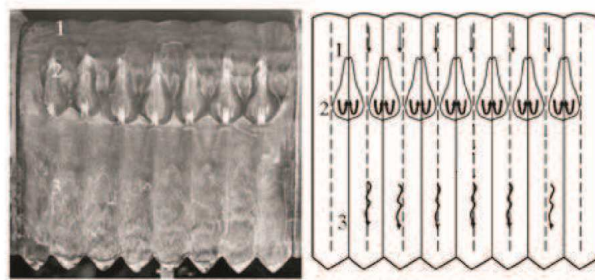


Рисунок 2.6 – Визуализация и соответствующая ей схема течения на волнистом крыле: 1 — ламинарный пограничный слой, 2 — зона отрыва потока, 3 — турбулентный пограничный слой. [7]

использования электрического разряда была также замечена, что вылилось в применение для создания необходимой вихревой структуры специальных устройств – вихрегенераторов. Вихрегенераторы представляют из себя плоские пластины обычно прямоугольной формы, которые располагают перед зоной отрыва пограничного слоя под некоторым углом (на практике зачастую выбирают угол раствора пластин 15 градусов).

Некоторые авиамоделисты нашли применение этим устройствам в улучшении аэродинамических качеств своих летательных аппаратов (рис. 2.7), что можно увидеть в [11], где эмпирическим путем один авиамоделист составил зависимости, позволяющие определить расположение, размеры и углы наклона вихрегенераторов с целью использования данных устройств при улучшения аэродинамики любого планера модели самолета, а также провел собственные эксперименты по оценке эффективности данной технологии (рис. 2.8). В работе [12] несколько различных конфигураций абсолютно таких же вихрегенераторов, расположенных в воздушном туннеле (рис. 2.9), были исследованы как при помощи численного моделирования, так и натурно, на воздушном стенде Bedford (13x9 ft.). В ходе данного эксперимента была проведена процедура оптимизации направленная на поиск





Рисунок 2.7 – Внешний вид установленных на крыло вихрегенераторов. [11]

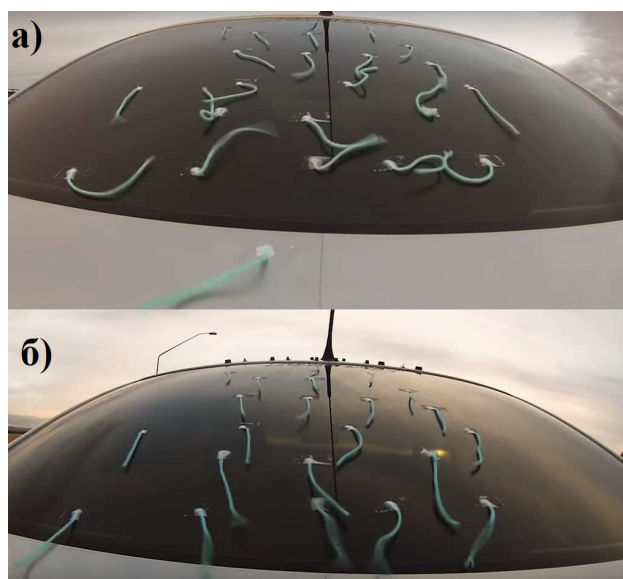


Рисунок 2.8 – Сравнение течений с использованием вихрегенераторов и без их использования. [11]

такой установки вихрегенераторов, которая наиболее равномерно распределяет поток низкой энергии по внутренней периферии поверхности воздушного канала (импровизированного канала двигателя).

Таким образом несмотря на свою простоту относительно метода, предполагающего использование в пограничном слое объемных источников энергии, метод использования вихрегенераторов позволяет достичь аналогичного эффекта, заключающегося в увеличении аэродинамических характеристик на больших углах атаки и увеличении критического угла атаки. Исходя из этого можно сделать вывод, что данная возможность является



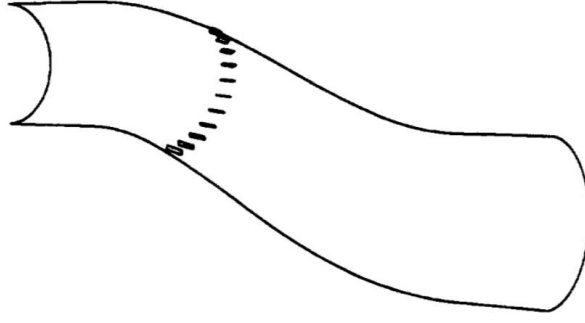


Рисунок 2.9 – Внешний вид рабочей области. [12]

весьма перспективной, как и её аналог, однако является более простой в исполнении.

### 2.3 Математическая модель

Для получения точных и корректных результатов численного расчета одним из самых главных вопросов является корректность постановки математической модели. На данном этапе НИР была создана математическая модель, по которой будут проводиться дальнейшие расчеты внешнего обтекания. Для данной задачи рассматриваются вихреразрешающие методы моделирования, в связи с важностью разрешения вихревой структуры течения. Среди вихреразрешающих методов был выбран метод LES, как наиболее подходящий метод для решения данной задачи в условиях ограниченности численных мощностей.

Система решаемых уравнений состоит из уравнений Навье-Стокса (представлены в консервативных переменных):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = 0$$

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho V_x \\ \rho V_y \\ \rho V_z \\ \rho e \end{pmatrix}$$

$$F_x = \begin{pmatrix} \rho V_x \\ \rho V_x V_x + p - \tau_{xx} \\ \rho V_x V_y - \tau_{xy} \\ \rho V_x V_z - \tau_{xz} \\ (\rho e + p) V_x - V_x \tau_{xx} - V_y \tau_{xy} - V_z \tau_{xz} \end{pmatrix}$$

$$F_y = \begin{pmatrix} \rho V_y \\ \rho V_y V_x - \tau_{yx} \\ \rho V_y V_y + p - \tau_{yy} \\ \rho V_y V_z - \tau_{yz} \\ (\rho e + p) V_y - V_x \tau_{yx} - V_y \tau_{yy} - V_z \tau_{yz} \end{pmatrix}$$

$$F_z = \begin{pmatrix} \rho v_z \\ \rho v_z v_x - \tau_{zx} \\ \rho v_z v_y - \tau_{zy} \\ \rho v_z v_z + p - \tau_{zz} \\ (\rho e + p) v_z - v_x \tau_{zx} - v_y \tau_{zy} - v_z \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

Вследствие предполагаемого численного исследования метода на существенно дозвуковых скоростях, система уравнения дополняется уравнением состояния для совершенного газа:

$$p = (\gamma - 1) \rho \left[ e - \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \right]$$

. Компоненты тензора вязких напряжений будут равны:

$$\tau_{ij} = \mu_e \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right)$$

Эффективная вязкость  $\mu_e$  равна  $\mu_e = \mu_s + \mu$ , где  $\mu$  – молекулярная вязкость, принимающая в данной задаче постоянное значение, а  $\mu_s$  – подсеточная вязкость, вычисляемая на подсеточной модели. В качестве подсеточной модели возьмем модель Смагоринского где подсеточная вязкость будет вычисляться из соотношений:

$$\mu_s = \rho (C_s \Delta)^2 |S|$$

$$|S| = (2 S_{ij} S_{ij})^{0,5}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

$C_s$  – подсеточная константа равная 0,2 в случае выбора подсеточной модели Смагоринского.[4].

Эти уравнения образуют замкнутую систему уравнений, которая и является нашей математической моделью.

## 2.4 Перспективы развития курсового проекта

В продолжение НИР видится необходимость исследования метода управления отрывом пограничного слоя при помощи инструментов численной газодинамики. В качестве объекта исследования планируется взять поверхность с установленными пластинками-вихрегенераторами. На первом этапе планируется исследовать внешнее обтекание поверхности с вихрегенераторами с целью выявить и исследовать получаемую вихревую структуру течения, вызванную взаимодействием пластинок с набегающим потоком воздуха, при их разной установке. Для постановки численной модели предполагается использовать вихреразрешающий метод моделирования LES, позволяющий с большой точностью выявить вихревую структуру течения, вследствие расчета на некотором масштабе полных уравнений Навье-Стокса.

На следующем этапе планируется рассмотреть данную задачу, применив её к крылу бесконечного размаха, в данной задаче помимо картин течения можно определить действие данного эффекта на аэродинамические характеристики крыла, т.е. вычислить предполагаемый прирост подъемной силы на углах атаки, близких к критическому.

Заключительный этап НИР видится в осуществлении процесса оптимизации формы вихрегенераторов, с целью нахождения оптимальной их формы для максимального приращения коэффициента подъемной силы крыла. Вихрегенераторы представляют из себя всего лишь тонкие пластины преимущественно прямоугольной формы, такая форма, скорее всего, исполнена исходя из своей простоты и далека от оптимальной. Оптимизация будет проводиться средствами, заложенными в современные программы для инженерных расчетов газодинамики, в качестве целевой функции будет указана подъемная сила.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данного этапа НИР был проведен анализ научных трудов, релевантных теме данного проекта: была изучена возможность управления отрывными течениями при помощи плазменных актуаторов и твердых пластин-вихрегенераторов, перспектива их использования, механизм возникновения данного эффекта и возможные приложения данных методов в реальной жизни. Также были рассмотрены вихреразрешающие методы моделирования газодинамики, которые будут применены в дальнейшем развитии данной работы. В первом приближении было проведено ознакомление с возможностями инженерных программ для решения оптимизационных задач, где за счет изменения формы обтекаемого тела достигается оптимум целевой функции, осуществление чего видится как продолжение проекта по данной теме.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *И.А.Белов, С.А.Исаев* Моделирование турбулентных течений: Учебное пособие. Балт.гос.техн.ун-т. СПб.,2001. 108с.
2. *К.В.Беляев, А.В.Гарбарук, М.Х.Стрелец, М.Л.Шур, Р.Р.Spallart* Опыт прямого численного моделирования турбулентности на суперкомпьютерах. Санкт-Петербургский политехнический университет, Россия, Boeing Commercial Airplanes, USA, 2016.
3. *П.Брэдишоу* Введение в турбулентность и ее измерение. М.: Мир, 1974. 278с.
4. *К.Н.Волков, В.Н.Емельянов, В.А.Зазимко* Турбулентные струи – статистические модели и моделирование крупных вихрей. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. 360с.
5. *К.Н.Волков, В.Н.Емельянов* Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 368с.
6. *К.П.Петров* Аэродинамика элементов ЛА. : "Машиностроение 1985. глава 3, с. 101-129.
7. *В.В.Козлов, В.А.Щербаков* Актуальные проблемы аэродинамики (перспективы управления сдвиговыми течениями). Известия Саратовского университета 2008.Т.8.Сер.Математика.Механика.Информатика, вып.3, с. 41-48.
8. *С.М.Аульченко, В.П.Замураев, И.А.Знаменская, А.П.Калинина, Д.М.Орлов, Н.Н.Сысоев* О возможности управления трансзвуковым обтеканием профилей с помощью подвода энергии на основе наносекундного разряда типа „плазменный лист“. Журнал технической физики, 2009 г., т.79, вып.3, с. 17-27.
9. *А.А.Сидоренко, А.Д.Будовский, Б.В.Постников, И.Д.Зверков, Б.Ю.Занин, В.В.Козлов, А.А.Маслов* Управление отрывным течением на скользящем крыле с помощью электрического разряда. Письма в ЖТФ, 2010 г., т.36, вып.7, с. 22-30.
10. *Robert C. Nelson, Thomas C. Corke, Chuan He, Hesham Othman, Takashi Matsuno* Modification of the Flow Structure over a UAV Wing for Roll Control. 45th Aerospace Sciences Meeting, American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper 2007-0884.
11. VORTEX GENERATOR DESIGN TIPS AND EXPERIMENTATION. <https://www.flitetest.com/articles/vortex-generator-design-tips-and-experimentation>.
12. *Dernhard H. Anderson, James Gibb* Vortex Generator Installation Studies on Steady State and Dynamic Inlet Distortion. NASA Technical memorandum 107220. 1996.